

\*\*\*\*\*

## Collatz

～数学を数楽しよう～

\*\*\*\*\*

### 第1章 プロジェクトの概要など

#### 1. プロジェクトの名称、目的など

プロジェクトの名称に関しては、数学者：Lothar Collatz にちなむ。特に深い意味があるわけではないが、彼が提唱した Collatz の数列という問題によって、団体の代表が数学を好きになったことから、この活動を通して数学を好きになってくれる人が一人でも増えることを願って名付けた。

プロジェクト目的は、対象者別に分けて三つある。

##### 1.1 生涯学習としてのツール

現在、Youtube などでは数学をはじめとして様々な企業や個人が勉強の解説動画を上げている。それらのほとんどは受験のテクニックなどに重点を置いたものばかりであり、数学的な思考を楽しむというよりパズルを楽しむといったニュアンスが強い。その中でも、純粋に数学を学べるようなツールを作成し、公開する。

##### 1.2 小学生/中学生/高校生に向けてのツール

学校現場では時間や制約などが多く、教えることができないような、「数学のお作法」や「発展的な話題」を学べるようなツールの作成を目的としている。公式を単に説明し、適用するのではなく、またよく言われているように「公式を証明できる」ようになろうとすることに目的を置くのではなく、「数学する」という言葉の意味を学んでいけるようなツールの開発である。それはよく、「高校数学」が算数であるというふうな表現を受けてしまう理由を考え、どうにか、その部分を、対象者が学んでいる内容の中から「数学」へと昇華しようという試みである。

### 1.3 学生へのツール

最後は、理系大学生をはじめとして数学の専門的な内容の単位を取得しなければならない(数学が苦手な)方に向けてのツールである。大学で学ぶ数学には、それまで学んできた学校数学と大きなギャップがある。それに加えて、大学内でも時間の制限等の問題もあり、大学生が自学自習と授業の中で、「求められる」数学力を身につけるのはかなり困難な状況になってきていると言える。現に学校教員を目指す本学の数学の免許取得に必要な授業を見ても、それらを自学自習で学ぶのにはかなり難しいものがある。全国で同じような状況に陥っている学生に向けて、授業では説明しないようなところ、教科書を見ても「自明」として証明されていないような内容を細かく掘り下げて、説明し内容をまとめるようなツールの開発が目的である。

#### 2. 代表者および構成員

##### ・代表者

松田 凌 数学領域 4 回生

##### ・構成員

鐘ヶ江 佳奈 数学領域 4 回生

竹内 航平 数学領域 4 回生

内藤 大暉 数学領域 4 回生

銚山 航大 数学領域 4 回生

#### 3. 助言教員

大竹 博巳 (数学科)

#### 4. その他

### 第2章 内容や実施経過など

活動の内容は四つに分類できる。

#### 2.1 数学お助けチャンネル Collatz の運営

これは、前述した目的の一つ目と三つ目に相当する活動である。Collatz の最も中心的な活動である。Youtube に作成した動画を公開することである。加えて、作成した動画の内容に関する教科書的なもの(以降、講義録と

いう)を作成し、HP に掲載している。昨年度までは、内容がまだ簡単なものが多く、構成員同士での議論で内容の真偽をある程度確かめられていたが、今年からは幅広い内容を取り扱うようになったので、知人や外部の団体とも協力して内容を精査するようになった。そのために、他大学での会議や打ち合わせ等が運営上必要になっていった。

今年度撮影した動画、講義録等は成果のところに取りまとめる。

## 2.2 Youtube チャンネル コラッツの森 の運営

これは、前述した目的の二つ目に相当する。極力、小学生や中学生にも抵抗なく見てもらうために人形を用いた動画にしている。内容は、数学的に難しいものから工作的なものまで、幅広く撮影している。昨年度までは、同じ youtube チャンネルの中に入れていたが、想定している対象者が違うことから、新しくチャンネルを立ち上げた。

## 2.3 学内での質問対応等

Collatz の立ち上げのきっかけにもなった、本学の学生の数学学習の支援である。これは、動画作成と並行して行う場合もあるが、日を設定して個別に対応することもある。授業に関する内容がほとんどであるが、中には動画に関連した発展的な話題や、個人的な質問への対応もある。

また、授業とは関係のない、発展的な数学の内容や現代的な課題を紹介する形で何回かゼミを開催した。Fourier 解析ゼミと Quiver ゼミである。

## 2.4 広報的活動 / 外部との連携

### ・広報活動について

広報活動の一つは、後述するが、動画の本数はかなり多い。また、講義録も種類が多く、視聴者の方が欲しい情報を極力手に入れやすくするために、HP を作成している。

(URL :<https://collatz3105168421.wixsite.com/collatz-mac>)

また、教育系 youtuber をまとめたサイト:studytube にも掲載されている。さらに、いくつかのサイトでも紹介されている。(Eg. [neuralsparrow.com](https://neuralsparrow.com))

もう一つは、動画の内容に関する質問や意見への返信である。Youtube に送られてくる質問や Twitter に送られてくる質問、直接メールで送られてくるものへの返信である。

### ・外部との連携

Collatz の活動を通して、今年度は二組の外部の団体と連携することになった。

一組は、「学びの場」「解答作成班」である。(それぞれ異なる活動をしているが、管理運営者が同じなので、一つの団体としてまとめておく。) 学びの場では、数学を学んでいる学生や高校生、時には研究者などのコミュニティを提供しているのが学びの場である、現在 200 人程度の参加者がいる。関東を中心としているので、関西地区では Slack という SNS を用いた議論がメインである。解答作成班は、標準的な理系大学の数学科の教科書である杉浦光夫著「解析入門」と斎藤正彦著「線型代数入門」の教科書に載っている問題の模範解答を作成している。二つを運営されている学習院大学の学生から、Twitter を通して連絡があった。Collatz の三つ目の活動目的に一致していると判断し、共同管理者/解答作成に関して Collatz が関わるようになった。

二組目は、「京都自主ゼミサークル」である。こちらは、京都で隔週ペースに開催されている有志による自主ゼミである。参加者は、社会人から大学生おおよそ 7 名ほどおり、ルール上高校生も参加可能である。活動内容は、本を決めて輪読することと、各々の数学に関する勉強した内容を発表し合うことである。こちらも twitter を通して連絡があり、Collatz の活動目的の一つ目に一致していると判断し、立ち上げから協力することになった。

### 第3章 結果や成果など

活動内容ごとに成果をまとめる。

#### 3.1 数学お助けチャンネル Collatz の運営

##### (ア) 撮影した動画のまとめ

今年度撮影した内容は次のとおり

##### ① 解析学分野

###### Lebesgue 積分論

昨年の引き続きとして、Lebesgue 積分によって正当化される関数空間を取り扱った。特に、工学の世界でも重要な枠組みになる  $L^2$  空間を取り扱った。数学的な一般性を失わないよう、極力 Hilbert 空間であるということは全面に出ない説明を心がけた。それは一般の  $L^p$  空間への流用性を鑑みてのことである。ただし、最後は正規直交基底の構成を行い、Fourier 解析への入門的な内容を取り扱った。

###### 微分方程式論

解析学の一つのトピックである、微分方程式論を取り扱った。ここでは、常微分方程式の基本定理と呼ばれる、微分方程式の局所解の存在と一意性を第一の目標に内容をまとめた。その後、予定していたより早く終わったので扇形常微分方程式の解の接続理論の初等的な内容を取り扱い、ある程度良い条件下では、線形常微分方程式は大域解と呼ばれる種類の非常に良い解を持つことを示した。

##### ② 代数学分野

###### 線形代数学

大学数学の入門であり、どの分野でも計算力も含めた、運用力が重要になる、線形代数の入門的な内容を取り扱った。目標は正方行列の正則性の特徴を、基本変形と行列式の二つから説明できるようにすることである。毎年この分野の内容を撮影する。今回は、昨年度に函数解析を取り扱

ったり、群論の動画もあったので、それらとの相互的な関わりについて横断的に取り扱うことを心がけた。

またいくつかの証明を、より図的に理解できる幾何学的な証明に変更したり、複数の証明を掲載するなど、多くの利用者にわかりやすいように心がけるなどをした。

##### ③ 幾何学分野

今年は、実数の位相について詳しく取り扱った。理由は色々あるが、大学数学の入門として程よい難易度があること、また、Lebesgue 測度を構成するときに必要なこと、また、代表的な距離空間として豊富な性質を持ち演習問題を作りやすい等の理由から、この内容を取り扱った。自然数の構成などは鍵となる理論だけを紹介し、連続関数や開集合閉集合など、実数の位相的性質をいくつかの方法で記述する方法を紹介した、また、その中で連続関数の記述を、純粋な実数の位相に関する記述から一般化を図り、この後学習するであろう位相空間の内容へと入って行きやすいように工夫した。

##### (イ) 視聴回数と反響

10月に構成員の操作ミスでチャンネルが消えてしまい、視聴回数等のデータがリセットされてしまっている。

9月末に確認した回数等をここでは記録しておく。

視聴回数 164,945回

総再生時間数 1267,324分

チャンネル登録者数 942人

である。比較のため昨年度の京都教育大学公式 [youtubekyokyochannel](https://www.youtube.com/channel/UCyokyo) (以下:kyokyoch)を引用すると、  
kyokyo ch

総再生回数 155,601 回

総再生時間 編集者しかわからない:不明

チャンネル登録者 552 名

と急成長したことがわかる。さらに、kyokyo ch は、Collatz よりも動画の本数も期間も倍以上ある。ネームバリューもあることと比較して視聴回数が多いのは成果の一つであると考えられる。さらに、嬉しいことに視聴回数の上がり方より総再生時間の伸び率の方が大きい。これは、動画をチラ見するのではなく、動画を長く見てくれる視聴者が増えたことを意味する。この原因となったのは、やはり、本質的に需要があること、動画の本数を急激に増やしたこと、外部との連携による宣伝効果などが挙げられる。また、数学ブームと言われるように、数学に興味のある人が増え、教育系 youtuber としては、最大のヨビノリなどの活躍も大きいと考えられる。多くの大学で数学に苦しむ学生が多いことも要因の一つではある。

### 3.2 学内での質問対応等

学内で質問等を対応した人数は 40 名である。内訳は  
一回生 12 名、二回生 11 名、三回生 11 名、  
四回生以上 4 名、院生 2 名  
である。累計回数は、概算で、  
一回生 200 回、二回生 250 回、三回生 80 回、  
4 回生以上 20 回、院生 30 回  
計 580 回ほどである。ラインやメール等での対応を加えると、おおよそ 1000 回ほどになる。Collatz の存在意義としては、やりがいを感じる数字ではあるが、しかし、ここで、考えなければならないのは、図書館の質問対応である。Collatz を初めて利用したという一回生の中で、図書館では答えられなかったという事案が複数相次いだ。また、図書館で質問対応している院生からの質問もあった。やはり、数学を学習する上でのサポート状況が本学にはないことが浮き彫りになっている。

### 3.3 広報的活動 / 外部との連携

広報活動等の成果ではないが、いくつかのサイトに掲載されて紹介された。また、外部との連携の中で Collatz を広く知ってもらうこともできた。外部からくる問い合わせやメッセージは、今年度だけで 1000 件以上に上った。質問対応に関しては真面目に返している。多くは、感謝や激励である。質問対応単体では 200 件ほどであった。平均一日一通である。同一人物から複数回送られてくる場合もあれば、一度だけの場合もあった。

## 第4章 まとめと反省、今後の展望など

まとめとしては、昨年度から続いて、Collatz の需要や必要性が急上昇した一年であった。本数を増やし、宣伝した効果が強く出たのだと思う。現状、数学を学習するのは、独学でなく大学に通っていても難しい。それは、単純に大学数学と高校数学のギャップのようなものから、数学を受験のためにしか考えていない教員が多いからである。数学とは、問題を解くためのツールではなく、問題や状況を整理し理想化された解法を一般社会へと適用するところに義務教育で数学を取り扱う内容があるのだと思う。そういった知識が技術を身につけることは小学校教員をはじめ、教育に携わるもの全員に必要な能力であると考えられる。しかしながら、そういった感覚を持っていないがために、数学を学習できない、もっと深く知りたいという欲求に応えてもらえない状況があるのだろうと推察される。それに応えられる形に昨年度以上に実現できていたと思う。

一方で、コラッツの森は今年もなかなか軌道に乗らなかった。Collatz チャンネルのユーザーにはなかなかウケない内容であるし、対象とする層が違いすぎて、目に届いていないのが一番の原因であると考えられる。また、そのために宣伝がうまくいかなかったのも反省点である。

今後の展望としては、  
院試の問題を取り扱うなどの、より学生向けの内容を充実させること  
現代的な研究内容（擬等角写像論(タイヒミュラー空間論)、代数曲線論）などを取り入れたより発展的かつユーモアに富んだ動画を作成すること

コラッツの森のコンテンツ数の充実を図り、多人に見てもらえるようにすること  
などが挙げられる。

### <参考・引用文献>

参考・引用文献

講義録を作成するのに引用した書物は多すぎてここにまとめられない。主として利用したもののみ挙げる。

(各講義録の最後には引用文献や参考となる内容が載っている本の詳細をまとめてある。)

・”Complex analysis : an introduction to the theory of analytic functions of one complex variable the Third” 著 Lars V. Ahlfors  
(出版 McGraw-Hill,c1979)

・ Lectures on quasiconformal mappings 著 Lars V. Ahlfors (出版 American Mathematics Society)

・ “Iteration of rational functions” 著 Alan F Beardon (Springer)

・ ”解析入門 1” 著 杉浦光夫 (東京大学出版)

・ “理工系の微分積分学” 著 吹田信之 新保経彦 (現代数学ゼミナール)

・ “集合と位相” 著 鎌田正良 (現代数学ゼミナール)

・ “代数系入門” 著 松坂和夫 (常華房)

・ “線型代数入門” 著 斎藤正彦 (東京大学出版)

・ “Basic Category Theory” 著 Tom Leinster  
(Cambridge Studies in Advanced Mathematics)

・ “関数解析” 著 宮寺功 (ちくま学芸出版)

・ “Principles of Mathematical Analysis” 著  
Walter Rudin

・ Real and Complex analysis 著 Walter Rudin

・ 測度と積分 著 鶴見茂 (現代理工社)

・ 平面代数曲線論 著 E. Kunz 訳 新妻 弘